

Prof. Dr. Alfred Toth

Die kategoriale Struktur von Repräsentationsfeldern

1. In einer Reihe von Arbeiten (vgl. z.B. 2010 a, b) haben wir detailliert die Repräsentationsfelder von Subzeichen sowie Zeichenklassen und Realitätsthematiken untersucht. Ausgangspunkt war bei allen Untersuchungen der Begriff der Nachbarschaft der elementaren semiotischen Einheit, der Dyade

$$\text{RepF}(a.b) \subseteq U(a.b)$$

Gilt also etwa für ein $(c.d) \in \text{RepF}(a.b)$, dann können wir die Abbildungen

$$(a.b) \rightarrow (c.d) \text{ bzw.}$$

$$(a.b) \leftarrow (c.d)$$

auch als Morphismen von $(a.b)$ als Domäne/Codomäne und $(c.d)$ als Codomäne/Domäne auffassen.

2. Eine unreflektierte Anwendung der elementaren Kategoriethorie verbietet sich jedoch, und zwar deshalb weil etwa eine Abbildung wie

$$(a.b) \rightarrow_{\alpha} (x.y)$$

zweierlei bedeuten kann:

1. (a. + 1.b) mit $x = a + 1$

2. (a.b + .1) = mit $y = b + 1$

Konkret heisst dies, dass es mit der elementaren Kategorietheorie unmöglich ist, die Abbildungen von triadischen und trichotomischen Peirce-Zahlen zu unterscheiden:

TdPz: (1.1) \rightarrow_{α} (2.1) \rightarrow_{β} (3.1)

(1.2) \rightarrow_{α} (2.2) \rightarrow_{β} (3.2)

(1.3) \rightarrow_{α} (2.3) \rightarrow_{β} (3.3) (mit ttPz = const)

TtPz: (1.1) \rightarrow_{α} (1.2) \rightarrow_{β} (1.3)

(2.1) \rightarrow_{α} (2.2) \rightarrow_{β} (2.3)

(3.1) \rightarrow_{α} (3.2) \rightarrow_{β} (3.3) (mit tdPz = const),

denn wenn α als der Übergang von $1 \rightarrow 2$ und β als der Übergang von $2 \rightarrow 3$ definiert ist, kann hiermit allein nicht unterschieden werden, ob der entsprechende Übergang in einer Zeile oder Spalte der semiotischen Matrix stattfindet. Ich schlage deshalb vor, wie folgt zu definieren:

$\{A, B, A^{\circ}, B^{\circ}, A^{\circ}B^{\circ}, BA\} = \{\rightarrow \mid \text{tdPz} \rightarrow \text{tdPz}\}$

$\{\alpha, \beta, \alpha^{\circ}, \beta^{\circ}, A^{\circ}B^{\circ}, BA\} = \{\rightarrow \mid \text{ttPz} \rightarrow \text{ttPz}\}$

Im einzelnen sieht das so aus:

$$\text{tdPz} \rightarrow \text{tdPz}: \quad (1.2) \rightarrow (2.2) \equiv [A, \text{id}_2]$$

$$\text{ttPz} \rightarrow \text{ttPz}: \quad (1.1) \rightarrow (1.2) \equiv [\text{Id}_1, \alpha]$$

Wie man sieht, kann man das graphisch vereinfachen, indem man setzt:

$$[X, \text{id}_y] \equiv [X_{\text{id}_y}]$$

$$[\text{Id}_y, x] \equiv [x_{\text{id}_y}],$$

denn dadurch kann man die diagonalen Abbildungen, d.h.

$$\text{tdPz} \rightarrow \text{ttPz}$$

$$\text{ttPz} \rightarrow \text{tdPz}$$

eleganter darstellen, z.B.

$$(1.2) \rightarrow (2.3) \equiv [A, \beta]$$

$$(3.2) \rightarrow (2.1) \equiv [B^\circ, \alpha^\circ]$$

Wie man sieht, gibt es ausser diesen noch zwei weitere diagonale Abbildungstypen

$$(2.3) \rightarrow (1.2) \equiv [A^\circ, \beta^\circ]$$

$$(2.1) \rightarrow (3.2) \equiv [B, \alpha]$$

Semiotisch kann man sich jedoch auf den Standpunkt stellen, die Dyade sei die nicht mehr reduzierbare Einheit der Semiotik (Theorem von Schröder), und somit sollte es möglich sein, die Abbildungen zwischen Dyaden als EIN Morphismus darzustellen.

Dann kann man die jeweilige sekundäre Abbildung (d.h. Trichotomie vs. Triade bzw. umgekehrt) mit Hilfe von kategorialen Spuren bzw. „gerichteten“ Morphismen notieren:

$$(1.2) \rightarrow (2.3) \equiv [A, \beta] \quad A_\beta$$

$$(3.2) \rightarrow (2.1) \equiv [B^\circ, \alpha^\circ] \quad B^\circ_{\alpha^\circ}$$

$$(2.3) \rightarrow (1.2) \equiv [A^\circ, \beta^\circ] \quad A^\circ_{\beta^\circ}$$

$$(2.1) \rightarrow (3.2) \equiv [B, \alpha] \quad B_\alpha$$

Damit kann man z.B. das folgende Dualsystem

$$(3.1 \ 2.2 \ 1.3) \times (3.1 \ 2.2 \ 1.3)$$

wie folgt darstellen

$$[[B^\circ, \alpha], [A^\circ, \beta]] \times [[B^\circ, \alpha], [A^\circ, \beta]] \equiv$$

$$[[B^\circ_\alpha], [A^\circ_\beta]] \times [[B^\circ_\alpha], [A^\circ_\beta]].$$

Bibliographie

Toth, Alfred, Maria Braun und die Grenzen der Repräsentation. In: EJMS 2010a

Toth, Alfred, Die Repräsentationsfelder von Zeichenklassen und ihren Realitätsthematiken. In: EJMS 2010b

13.2.2010

]

B_β